yuo

# Memo

Werkgroep
**Kennis**

Ministerie van Verkeer en Waterstaat
Directoraat-Generaal Rijkswaterstaat
Projectbureau Zeeweringen

Betreft (actie en nr.)
1, statistisch verantwoord openbreken

| | |
|---|---|
| Vraagsteller | Datum |
| - | - |
| Beantwoord door | Datum |
| [redacted] | 07-05-99 |
| Doorkiesnummer | Bijlage(n) |
| [redacted] | - |
| Status | Kenmerk |
| | K-99-05-36 |

## Inleiding

Doel van deze actie is om op een statistische manier het gemiddelde te berekenen van de hoogte van basaltzuilen. Van de basalt werd aanvankelijk aangenomen dat de sortering bekend was: bijvoorbeeld een sortering 27-33 cm. De verdeling van die basalt zou dan uniform zijn. Als het aantal stenen dat getrokken is, groter is dan 3, is de verdeling van de gemiddelden te benaderen door de normale verdeling (dit heeft Marion van den Bol berekend). M.b.v. de case Nieuwe Neuzen is nu eerst gekeken of deze verdeling inderdaad uniform was. Uit de bijgevoegde figuur is te zien dat de verdeling niet uniform is, maar eerder normaal (eigenlijk is de verdeling tussen uniform en normaal).

Het probleem kan nu op twee manieren worden aangepakt:

1. een nulhypothese, dit is nuttig voor een geavanceerde toetsing: als dan bekend is waaraan het gemiddelde van de zuildiktes moet voldoen en met welke betrouwbaarheid, dan kan gekeken worden of er meer proeven nodig zijn. Dit wordt dan gedaan op basis van de gegevens die al bekend zijn uit de gedetailleerde toetsing.
2. Ervan uitgaande dat er genoeg proeven zijn, kan worden berekend wat het gemiddelde is met een betrouwbaarheid van bijvoorbeeld 5%. Dit is handig om de case mee na te rekenen.

In de volgende paragraaf wordt de methode eerst theoretisch uitgewerkt , ervan uitgaande dat de verdeling nog niet bekend is. De verdeling van de gemiddelden is echter wel bekend, die is normaal verdeeld. In de laatste paragraaf wordt een case van Nieuwe Neuzen nader uitgewerkt op de beide mogelijke manieren.

## Theoretische uitwerking

Projectbureau Zeeweringen
Postadres p/a postbus 114, 4460 AC Goes
Bezoekadres p/a waterschap Zeeuwse Eilanden,
Piet-Heinstraat 77 Goes
Telefoon (0113) 24 13 70
Telefax (0113) 21 61 24

De stochastische variabel x (gemiddelde zuildikte in dit geval) heeft een gemiddelde $\mu$ en een standaardafwijking $\sigma$.

Als de kansverdeling een normale verdeling is, wordt de karakteristieke lokale waarde met een over- resp. onderschrijdingskans van 5% gegeven door:

$x_k = \mu + 1{,}64\sigma$ respectievelijk $x_k = \mu - 1{,}64\sigma$

In het algemeen zijn $\mu$ en $\sigma$ echter niet bekend. Wel kunnen ze worden geschat op basis van de proefresultaten. Voor n meetresultaten is een eerste schatting voor $\mu$ :

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Een eerste schatting voor $\sigma$ is:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n-1}}$$

Bij een uniforme verdeling zou $\sigma$ gelijk zijn aan:

$$s = \sqrt{\frac{1}{12}}h$$

Met h gelijk aan de bandbreedte van de uniforme verdeling. Als we nu kijken naar het stuk tot dijkpaal 4, dan zou de bandbreedte gelijk zijn aan 5 cm (sortering 27-32 cm). $\sigma$ Is dan gelijk aan 1,44 cm.
De schatter voor $\sigma$, s geeft een waarde van 7,7 cm (zie verderop). Deze waardes verschillen zoveel, dat kennelijk niet kon worden uitgegaan van een uniforme verdeling. Daarom wordt vanaf nu gewerkt met s.

Een eerste schatting voor $x_k$ volgt dan uit:

$x_k = \bar{x} + 1{,}64s$ respectievelijk $x_k = \bar{x} - 1{,}64s$

Rekening houdend met de onzekerheden door de beperkte omvang van de steekproef kan een schatting m van $\mu$ met een betrouwbaarheid van 95% verkregen worden uit:

$m = \bar{x} + 1{,}64s\sqrt{\frac{1}{n}}$ respectievelijk $m = \bar{x} - 1{,}64s\sqrt{\frac{1}{n}}$

!!!!! Nakijken verschil tussen t waarde en 95% waarde 1,64!!!!!
De waarde van t kan bij de gewenste overschrijdingskans en het aantal vrijheidsgraden (=steekproeven) worden afgelezen uit de bijgevoegde tabel. Voorwaarde voor de bovenstaande beschouwingen is dat de proefresultaten verkregen zijn uit monsters afkomstig uit een statistisch homogene verzameling (???is dat hier het geval???).

## Case Nieuwe Neuzen

1. De volgende nulhypothese wordt in beschouwing genomen:
   $H_0$: $\mu \geq \mu_0$
   $H_1$:$\mu < \mu_0$
   De nulhypothese in woorden is dan: is het gemiddelde van de steekproef met een bepaalde betrouwbaarheid groter of gelijk aan een vooraf gestelde waarde (bijvoorbeeld $\mu_0$ = 27 cm)?? In de geavanceerde toetsing van Nieuwe Neuzen is uitgegaan van een gemiddelde van 27 cm voor het stuk tot dijkpaal 4. Allereerst wordt het gemiddelde berekend voor het betreffende stuk, dit is gelijk aan 29,6 cm. Vervolgens moet de schatting voor sigma worden berekend, dit is gelijk aan 7,7 cm.

   $$c = m_0 + 1{,}64 \frac{s}{\sqrt{n}}$$

   Als nu het gemiddelde uit de steekproef groter is dan deze waarde, dan kan je goedkeuren. In dit geval is c gelijk aan 28,2 cm. Je zou de bekleding dan dus goedkeuren....

   Nu eens proberen of ook 28 cm zou voldoen: dan zou c gelijk zijn aan 29,2 cm. Ook met deze waarde zou dan dus kunnen worden gerekend.

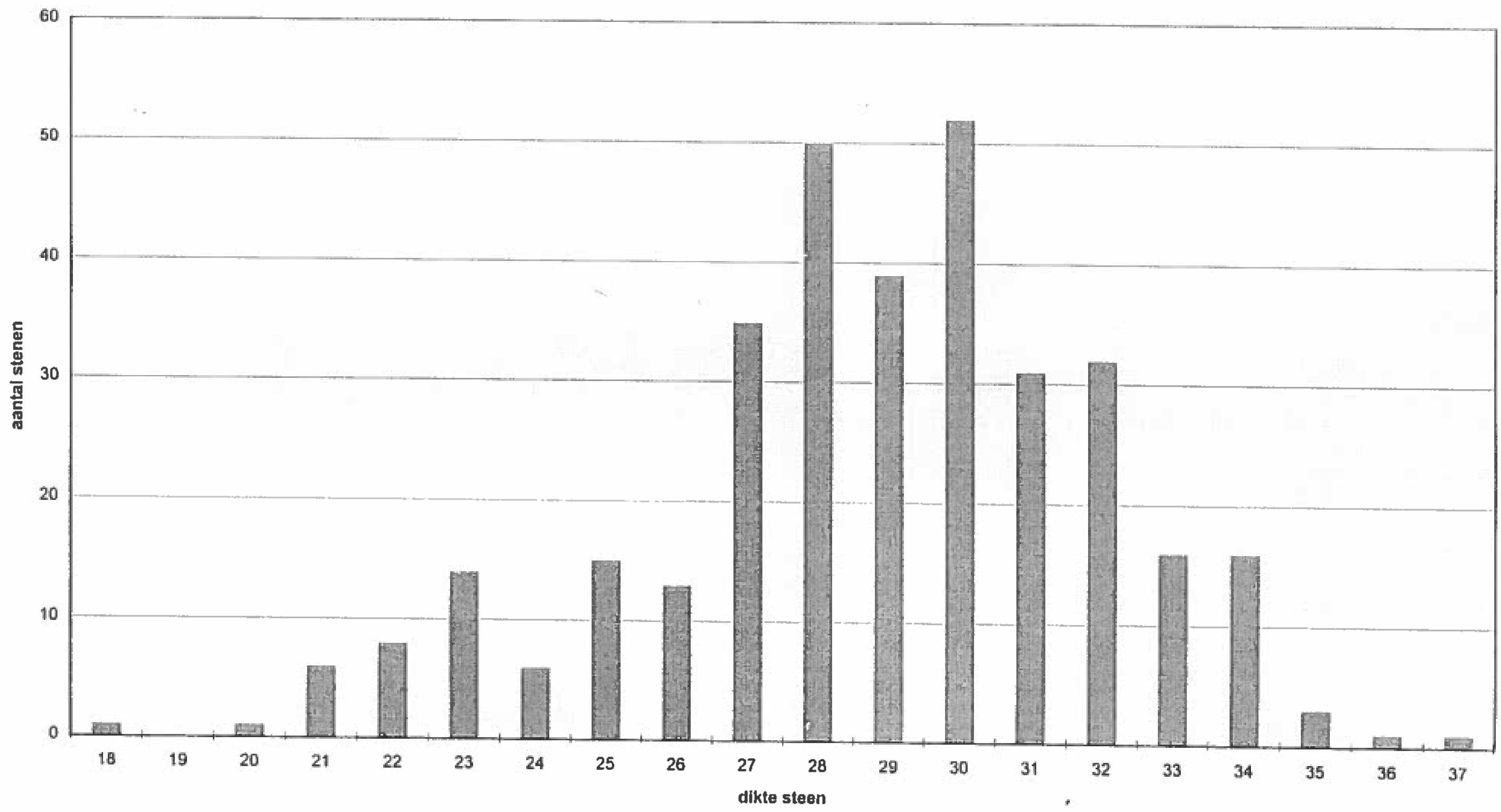
2. Er kan ook een interval worden berekend waarbinnen $\mu_0$ moet liggen om te voldoen:

   $$m = \bar{x} \pm 1{,}64 s\sqrt{\frac{1}{n}}$$

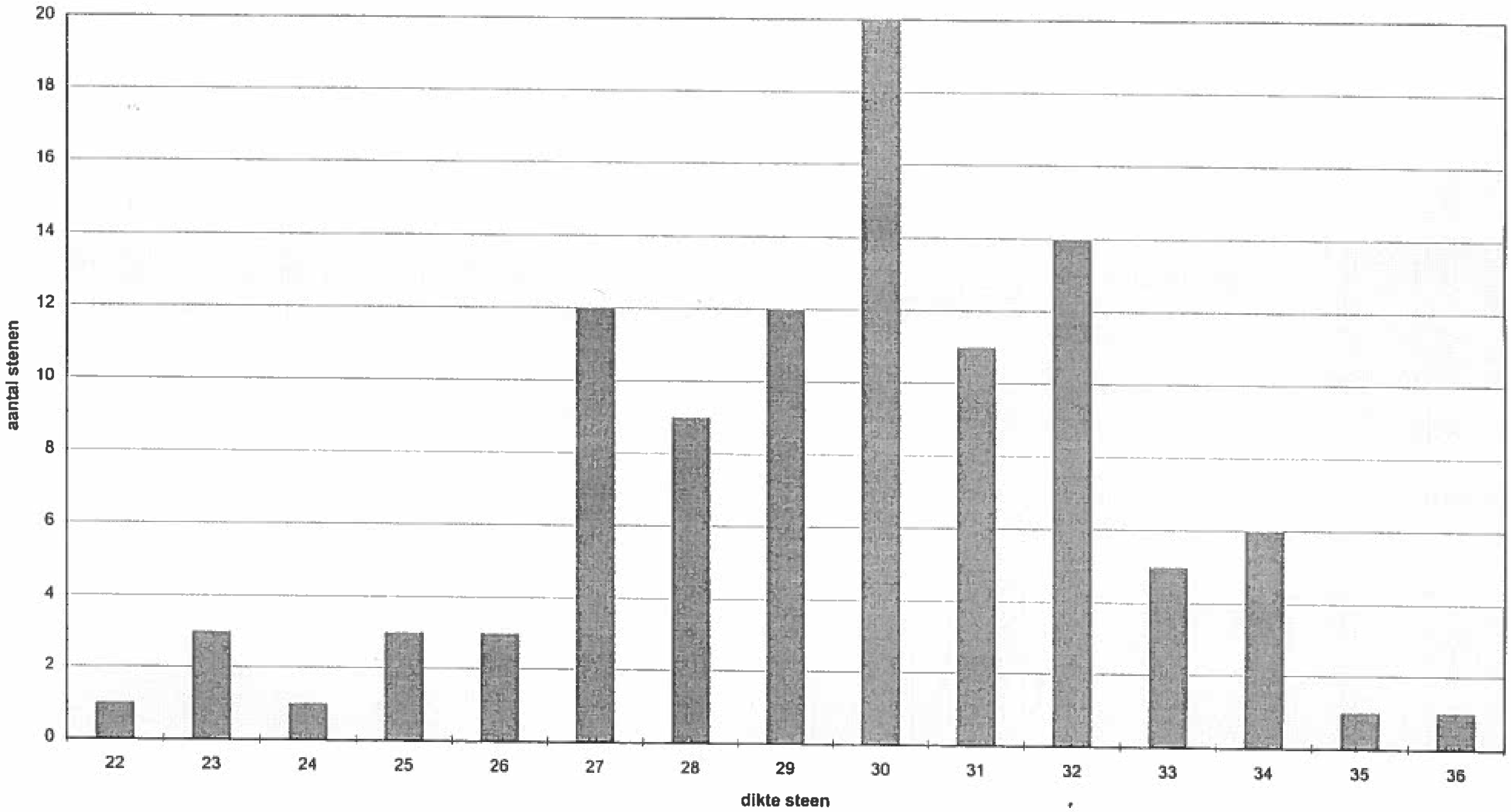
   De tweede term uit deze vergelijking is gelijk aan 1,24. Dit betekent dat het interval met een betrouwbaarheid van 95 % ligt tussen 29,6-1,24 en 29,6 +1,24 ofwel tussen 28,36 en 30,8. Dit is waarschijnlijk voor onze doeleinden de makkelijkste manier.

Nu eens proberen wat er uit methode 2 komt als alleen de metingen worden gebruikt van de eerste sessie: dan zou helaas maar 1 meting beschikbaar zijn op dit stuk, en daar kunnen we statistisch gezien niet veel mee. Wel kan worden geprobeerd om de gegevens van de geavanceerde toetsing boven water te krijgen (nu worden alleen de gemiddelden weergegeven). Als deze bekend zijn, dan kunnen die worden meegenomen en worden vergeleken met de berekening hierboven.

verdeling steen sorteringen



**steensortering tot dijkpaal 4**



## steensortering vanaf dijkpaal 6